

# Влияние предкризисного нарушения фрактальной структуры колебаний обменных курсов на характеристики активной фазы валютного кризиса

Урицкая О.Ю.

## Аннотация.

В работе обосновывается применение методов фрактального анализа для установления закономерностей возникновения и развития катастрофических явлений в экономических системах и определения количественных признаков их устойчивости на примере обменных курсов с различными режимами валютного регулирования.

Обнаружена зависимость между нарушением функциональной устойчивости финансово-экономической системы и отклонением значений индексов Пенга от нормального значения, определяемого условием самоорганизованной критичности. На основе этой зависимости проведена классификация валют по значениям индексов и выявлены различные формы нарушения фрактальной структуры валютных курсов в предкризисные периоды. Показано, что валютному кризису могут предшествовать как низкие, так и высокие значения фрактальных индексов, причем после краха валютного рынка их значения становятся значительно ближе к норме. Выявлены границы значений индекса Пенга, выход за которые создает предпосылки валютного кризиса, изучены закономерности нестационарного поведения валютных временных рядов в такие периоды. Наиболее информативным параметром предкризисных изменений оказался индекс Пенга  $\alpha_2$ , вычисленный в диапазоне от месяца до квартала.

Найдены количественные оценки масштабов и продолжительности кризиса от величины отклонений фрактальных характеристик валютных временных рядов от нормы. Построены линейные зависимости масштаба и времени протекания кризиса от величины накопленных отклонений индекса Пенга для всех изученных валютных рядов. Показано, что кратковременные неустойчивые состояния бескризисных валют подчиняются тем же соотношениям, что и крупномасштабные валютные крахи.

## Введение

Динамика обменных курсов многих стран определяется результатами торгов на межбанковских валютных биржах. Такой режим регулирования оценивается международными финансовыми и кредитными организациями как наиболее приспособленный к условиям и темпам изменений современной глобальной экономики [1]. Однако со времени принятия плавающей модели мировая валютная система столкнулась с чередой финансовых крахов, показавших как недостатки существующих методологических подходов к антикризисному регулированию динамических процессов в экономике, так и непонимание механизмов функциональной устойчивости валютно-финансовых систем.

Возможность оценки устойчивости с помощью фрактального анализа основывается на результатах теории самоорганизованной критичности (СК) – раздела современной статистической физики, занимающегося описанием катастроф в нелинейных системах с большим числом степеней свободы. В результате использования этого подхода были получены фрактальные характеристики флуктуаций широкого круга валют, включая устойчивые валюты экономически развитых государств и неустойчивые валюты развивающихся стран, многие из которых перенесли финансовые кризисы [2]. Полученные данные дают возможность глубже понять механизмы формирования кризисной динамики обменных курсов и позволяют определить четкие количественные критерии неустойчивой валютной динамики, которые в перспективе могут быть положены в основу прогноза глубины девальвации в острой фазе кризиса.

Предлагаемая работа посвящена исследованию влияния величины нарушений фрактальной структуры колебаний обменных курсов перед кризисом на характеристики его активной фазы. Нами были проанализированы кросс-курсы всех независимо флуктуирующих валют [3] по отношению к доллару США в период с 1.08.1995 по 1.09.2002. Кроме того, дополнительно были рассмотрены временные ряды значений доллара по отношению к немецкой марке (за период 30 лет), экю и евро, – всего 31 временной ряд ежедневных среднесуточных значений. Данные были предоставлены корпорацией OANDA (<http://www.oanda.com>).

## Методика

**Фрактальный индекс  $\alpha$ .** Для определения фрактального показателя  $\alpha$  был применен метод Пенга [4], который, как и другие фрактальные методы анализа временных рядов, направлен на исследование зависимости интенсивности исследуемых флуктуаций от длительности интервала наблюдения. Особенность метода состоит в вычитании из каждого анализируемого фрагмента временного ряда линейного тренда, что позволяет повысить точность расчетов в условиях низкочастотных помех и при ограниченных объемах выборок [5-7]. Из существующих методов фрактального анализа метод Пенга лучше всего подходит для исследования экономических данных, так как позволяет получать устойчивые оценки размерности на фоне низкочастотных трендов и таким образом делать поправку на неизбежную во многих странах инфляцию. Это – быстрый и хорошо апробированный метод, имеющий достаточно высокую точность даже при ограниченных объемах анализируемых данных.

Индекс Пенга характеризует корреляционную структуру исходного ряда  $y_t$ . При  $\alpha < 1.5$  последовательность приращений ряда обладает отрицательными автокорреляциями, и  $y_t$  проявляет так называемое антиперсистентное поведение, при котором вероятность изменения направления тренда во временном ряду на противоположное превышает вероятность его сохранения. При  $\alpha > 1.5$  приращения, напротив, связаны положительными корреляциями (персистентное поведение  $y_t$ ), и направление трендов имеют тенденцию к сохранению. Значение  $\alpha = 1.5$  соответствует нулевым автокорреляциям и отсутствию достоверных трендов.

**Диапазоны измерения  $\alpha$ .** С целью определения характерных диапазонов масштабов фрактальной динамики валютных курсов нами был проведен анализ устойчивости степенной формы зависимости  $F(\Delta t)$  для исследуемых валют. Как показали результаты анализа, многие неустойчивые валюты, в особенности валюты развивающихся стран, подверженные кризисам, обнаруживают отклонения от степенного вида [3]. В большинстве случаев эти отклонения связаны с появлением двух диапазонов значений  $\Delta t$  с разными индексами Пенга, указывающим на мультфрактальный (бифрактальный) характер временных рядов [8].

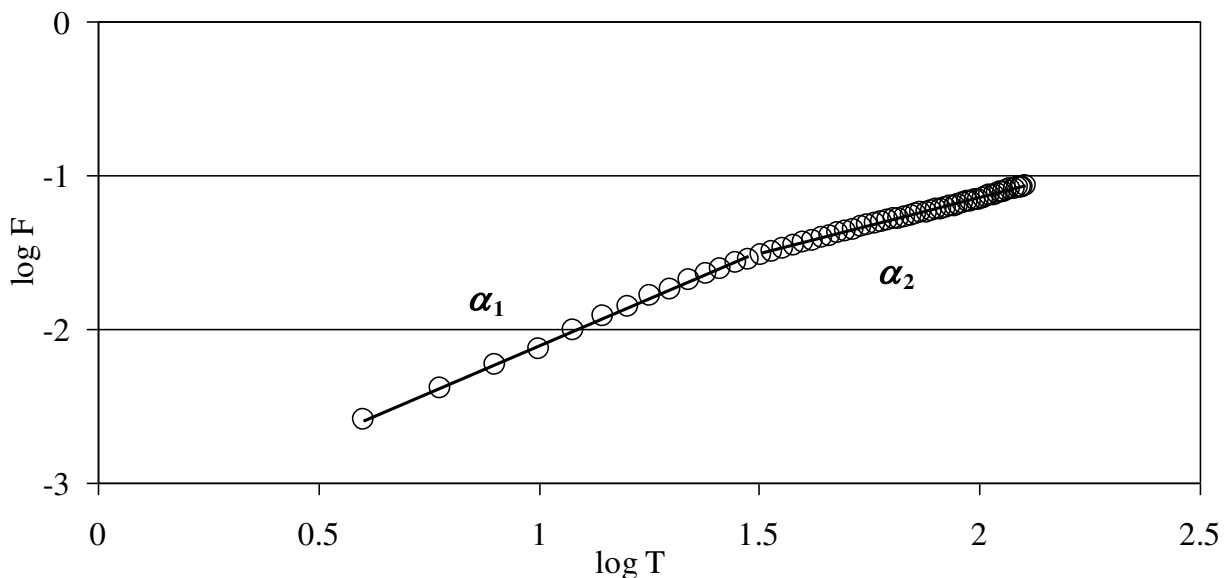


Рис. 1. Пример зависимости функции Пенга  $F$  валютных флуктуаций (индийская рупия) от временного масштаба, демонстрирующий два участка с разными значениями индекса  $\alpha$ .

На графике  $F(\Delta t)$  эффект бифрактальности неустойчивых валют проявляется в характерном "изломе" функции Пенга, построенной в логарифмической системе координат (Рис.1). Граница между диапазонами с разным значением  $\alpha$  обычно находится в области  $\Delta t = 30$ , что независимо

подтверждается при анализе с помощью метода нормированного размаха и спектрального метода. С учетом особенности валютной динамики временные ряды в нашей работе анализировались отдельно на масштабах времени 4...30 и 30...90 суток. Значения индексов Пенга, соответствующие этим масштабам, обозначены соответственно, как  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

**Средние значения  $\alpha$**  Как показали наши наблюдения, фрактальная структура валютных временных рядов в общем случае ведет себя нестационарно, что выражается в зависимости оценок фрактальных индексов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  от периода времени, на котором вычисляется функция Пенга. Для учета этого эффекта при определении средних значений индексов был использован метод скользящего окна, позволяющий отслеживать непрерывные изменения значений фрактальных индексов валют на протяжении интересующего периода исследований. Временные ряды фрактальных индексов строились по формуле

$$\alpha_t = \partial(\lg F(t-t_w, t)) / \partial(\lg \Delta t) \quad (1)$$

где  $t_w$  - ширина скользящего окна,  $F$  - функция Пенга, рассчитанная на интервале наблюдений  $(t - t_w) \dots t$ . Значение производной определялось методом наименьших квадратов на масштабах  $\Delta t = 4 \dots 30$  для индекса  $\alpha_1$  и  $\Delta t = 30 \dots 90$  для  $\alpha_2$ . При построении временных рядов индексов использовалось скользящее окно шириной  $t_w=360$  с шагом по времени  $t=32$ . Усреднение проводилось по однородным интервалам наблюдения, в качестве которых для кризисных валют использовались промежутки времени до и после активной фазы кризиса, для остальных валют – весь период анализа. Сравнение средних по группам значений показателей производилось с использованием  $t$ -распределения Стьюдента ( $p=0.05$ )

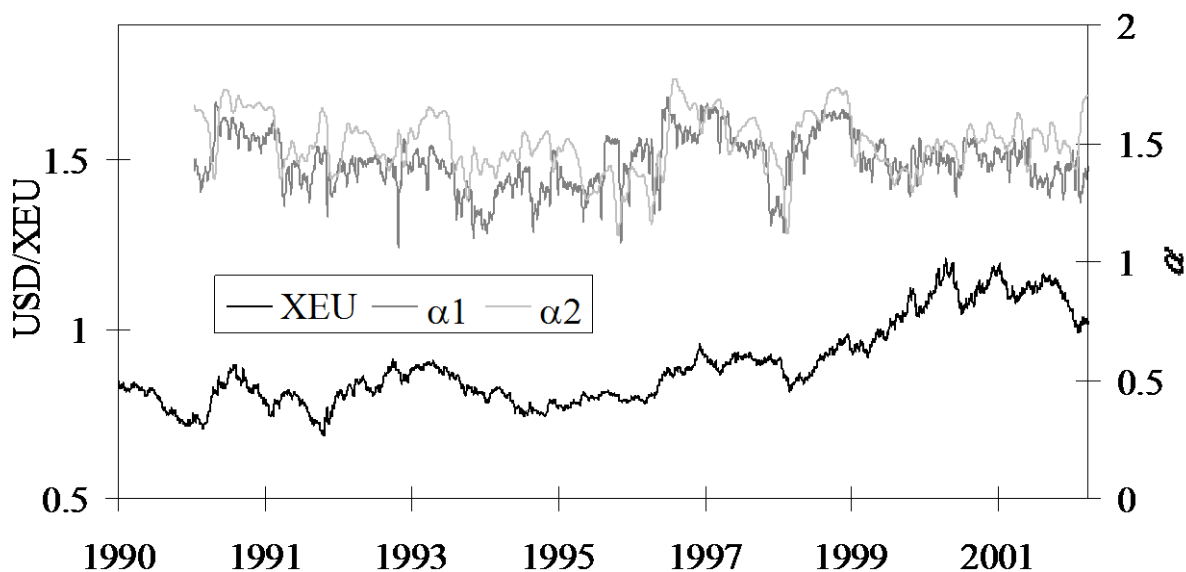


Рис. 2 Пример применения метода скользящего окна (360/1) для анализа эволюции фрактальных индексов временного ряда (эю).

**Эволюция фрактальных индексов.** С целью анализа динамики фрактальных индексов был применен описанный выше метод скользящего окна ( $t_w=360$ , временное разрешение 1 сутки) (Рис.2)

**Нарушения фрактальной структуры.** В качестве меры глубины нарушения фрактальной структуры валютных временных рядов нами использовалась величина  $S$  накопленного отклонения

нестационарных оценок индекса Пенга  $\alpha_2$  в большую или меньшую сторону относительно заданного уровня  $\alpha_c$ :

$$\begin{cases} S_{\alpha_c}^+ = \sum_{t=t_1}^{t_2} \alpha_2(t) \cdot \theta(\alpha_2(t) - \alpha_c) \\ S_{\alpha_c}^- = \sum_{t=t_1}^{t_2} \alpha_2(t) \cdot \theta(\alpha_c - \alpha_2(t)) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $t_1, t_2$  – границы рассматриваемого временного интервала,  $\theta(x)$  - ступенчатая функция Хэвисайда, равная единице при  $x \geq 0$  и нулю при  $x < 0$ . Как следует из определения, при единичном временном разрешении последовательности значений индекса Пенга величины  $S_{\alpha_c}^+$  и  $S_{\alpha_c}^-$  численно равны площадям, ограниченных графиком  $\alpha_2(t)$  и линией  $\alpha = \alpha_c$ . Символ "+" или "-" в обозначении накопленного отклонения соответствует суммированию значений выше или ниже порога  $\alpha_c$ .

Значение накопленных отклонений зависит как от величины, так и от продолжительности отклонения фрактального индекса от порога. Случаи  $S_{\alpha_c}^+ = 0$  и  $S_{\alpha_c}^- = 0$  означают соответственно выполнение неравенств  $\alpha_2 < \alpha_c$  или  $\alpha_2 > \alpha_c$ , то есть отсутствие пересечений порога снизу или сверху на рассматриваемом промежутке времени. Одновременное выполнение условий  $S_{\alpha_{c1}}^- = 0$  и  $S_{\alpha_{c2}}^+ = 0$  указывает на то, что индекс Пенга колеблется в пределах интервала  $[\alpha_{c1}, \alpha_{c2}]$ .

При оценке значений  $S$  валютных временных рядов валют оказалось удобным ввести несколько вспомогательных коэффициентов, основанных на приведенных выше соотношениях для накопленных отклонений. В качестве порогов использовались значения индекса Пенга, ограничивающие диапазон колебаний  $\alpha_2$  в группе N, а также значение  $\alpha_c = 1.5$ , соответствующее максимуму эффективности валютного рынка в состоянии самоорганизованной критичности:

$$K_a = S_{1.5}^+ / S_{1.5}^- ; \quad K_u = S_{1.75}^+ / S_{1.5}^+ ; \quad K_d = S_{1.25}^- / S_{1.5}^- \quad (3)$$

Коэффициент  $K_a$  характеризует асимметрию вариаций индекса Пенга относительно уровня  $\alpha_2 = 1.5$ , коэффициенты  $K_u$  и  $K_d$  отражают степень нарушения индексом верхней и нижней границы нормы. Использование в формулах нормировки к значению накопленного отклонения выше и ниже уровня 1.5 позволяет нивелировать различия в длительности наблюдений.

Рис.3 поясняет геометрический смысл введенных нами коэффициентов на примере временных рядов австралийского доллара и бразильского реала. Коэффициент асимметрии равен отношению суммарной площади выше  $\alpha_c = 1.5$  к суммарной площади ниже этого уровня. Для временного ряда USD/AUD это отношение несколько меньше 1, что связано с некоторым преобладанием пониженных значений  $\alpha_2$ . Коэффициент  $K_a$ , равный отношению площади выше границы 1.75 к площади выше 1.5, принимает для этого ряда нулевое значение; коэффициент  $K_d$ , определяемый отношением площади ниже уровня 1.25 к площади ниже уровня 1.5, также близок к нулю. В противоположность этому, значения коэффициентов  $K_a$  и  $K_u$  временного ряда USD/BRL оказываются существенно выше единицы, что отражает предкризисное поведение ряда с повышенными значениями индекса Пенга.

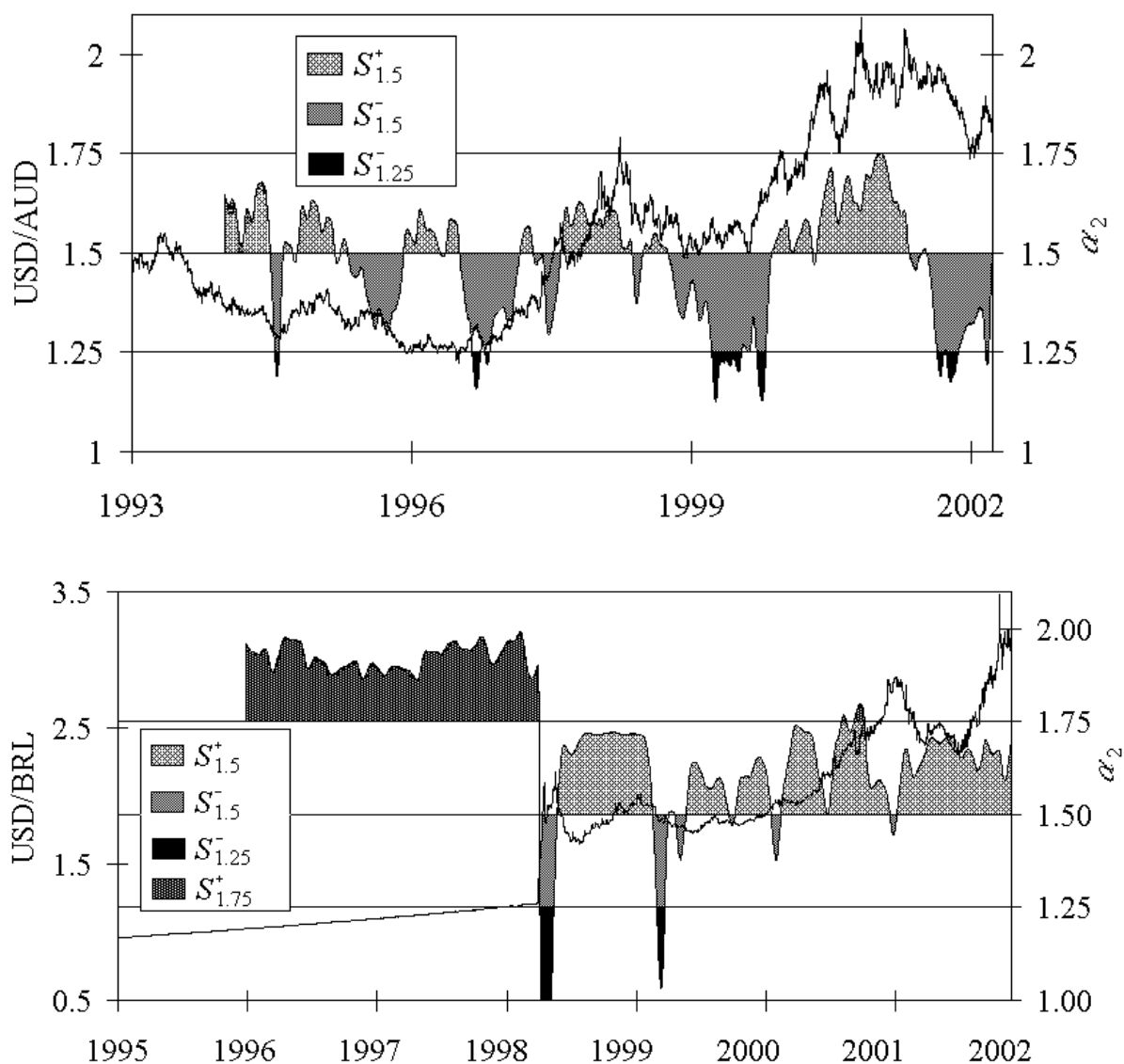


Рис.3. Определение накопленных отклонений на примере временных рядов австралийского доллара и бразильского реала.

**Масштаб кризиса.** Для определения количественной связи между активной фазой кризиса и предкризисным нарушением фрактальной структуры валютных временных рядов нами была разработана методика, ориентированная на оценку глубины дестабилизации обменного курса по соотношению между стандартным отклонением курса валюты до и после периода, характеризовавшегося систематически завышенным или заниженным значением  $\alpha_2$  как функции накопленного отклонения фрактального индекса за этот период. С этой целью определялись интервалы времени, в течение которых временной ряд  $\alpha_2(t)$  находился непрерывно за пределами диапазона 1.25 ... 1.75. Далее на каждом из этих интервалов определялось значение  $S_{1.75}^+$  или  $S_{1.25}^-$  по формуле (2), которое сопоставлялось с параметром

$$W = \sigma_1 / \sigma_0 \quad (4)$$

где  $\sigma_0$  и  $\sigma_1$  обозначают соответственно стандартные отклонения значений валютного курса на рассматриваемом интервале времени и на таком же по длительности интервале, следующем непосредственно за первым интервалом. В случае, когда нарушение фрактальности приводит к дестабилизации курса,  $\sigma_1 > \sigma_0$  и  $W > 1$ . Значение  $W$  является количественной мерой этого

эффекта и принимает тем большие значения, чем к большей потере устойчивости привело отклонение индекса Пенга от нормы.

**Продолжительность кризиса.** Продолжительность кризиса  $\Delta t_D$ , определялась с момента начала периода девальвации следующего за периодом аномально низких или высоких значений  $\alpha_2$ , который также характеризовался параметрами  $S_{1.75}^+$  и  $S_{1.25}^-$ .

## Результаты и обсуждение.

**Фрактальная структура валютных рядов.** Устойчивые валюты, динамика которых не включает кризисные периоды, обладают однородной фрактальной структурой. Для таких валют различие в значениях  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  выражено слабо и не является статистически достоверным. Фрактальная структура остальных исследуемых валютных временных рядов менее стабильна и в зависимости от временного масштаба  $\Delta t$  может проявлять признаки как персистентного, так и антиперсистентного поведения. Особенно отчетливо нарушения однородной фрактальной структуры неустойчивых валютных рядов проявляются непосредственно перед кризисами. В эти периоды значения фрактальных индексов существенно отличаются, причем разность  $1 - \alpha_2$  может быть как положительной (индийская рупия, мексиканский песо, сингапурский доллар), так и отрицательной (болгарский лев, российский рубль, турецкая лира).

Различия в динамике устойчивых и неустойчивых валют более заметны в диапазоне масштабов  $\Delta t = 30 \dots 90$  (индекс  $\alpha_2$ ), чем в диапазоне  $\Delta t = 4 \dots 30$  (индекс  $\alpha_1$ ). Это наблюдение позволяет предположить, что нарушение условия СК, отвечающего эффективному рынку, несет более значимую угрозу крупномасштабной устойчивости финансово-экономической системы, если возникает на уровне долгосрочных трендов (от месяца до квартала).

**Классификация валютных рядов по значениям  $\alpha$ .** На рис. 4 приведена скаттерграмма параметров  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , полученных с помощью усреднения нестационарных оценок (1) индексов Пенга.

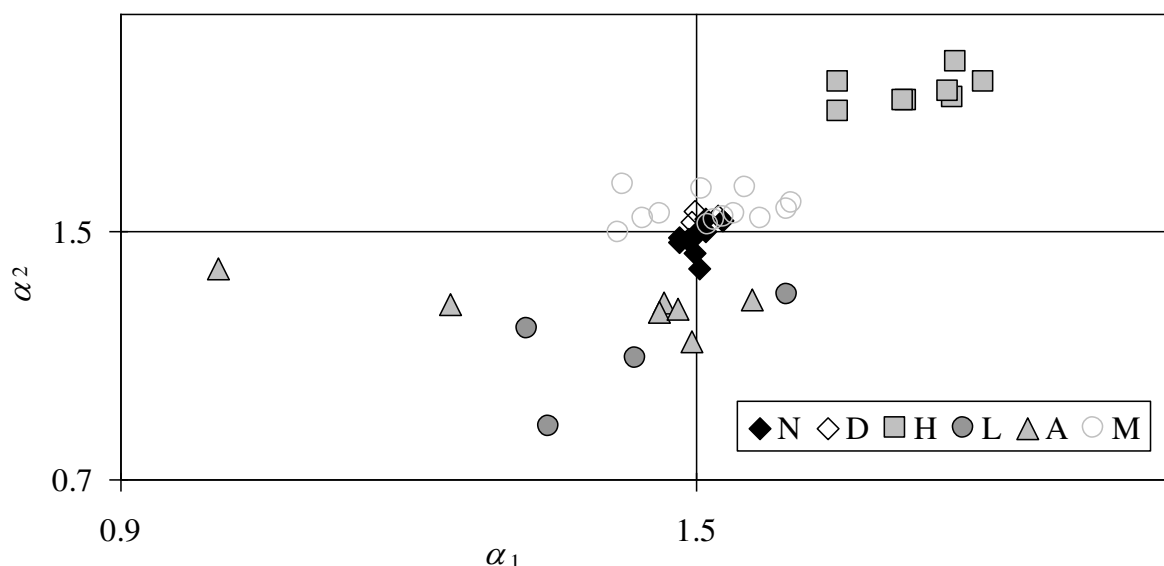


Рис. 4. Классификация валютных временных рядов на основе оценки фрактальных индексов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . N – группа нормальных значений индексов, совпавшая с группой экономически развитых стран, D – группа с незначительным отклонением  $\alpha_2$  от нормы (страны с неустойчивой бескризисной динамикой валютных курсов), H – существенно повышенные значения обоих фрактальных индексов, L – существенно сниженные значения  $\alpha_2$ , A – валюты азиатских стран, перенесших кризис 1997 года (также сниженное значение  $\alpha_2$ , M – валюты групп H, L, A в периоды после кризисов.

Отчетливо выделяются несколько групп валют с общими характерными значениями отклонений от среднего уровня  $\alpha=1.5$  с повышенными, пониженными и близкими к выборочному среднему значениями этого показателя. Страны, валюты которых составляют эти группы, существенно отличаются по экономическим параметрам, что дает основания рассматривать характер отклонения фрактальной структуры валютных курсов от нормы как объективный классификационный критерий.

Наиболее близкие к оптимальным значениям индексы Пенга обнаруживаются в группе валют стран со стабильно функционирующими финансовыми системами и в большинстве случаев развитой экономикой (группа N). Три валюты, для которых фрактальная структура временных рядов незначительно отличается от нормы ( $\alpha_2 > 1.5$ ), относятся к странам с неустойчивой, но бескризисной системой финансового регулирования (обозначены нами как группа D). Их основное отличие от валют группы N состоит в нестационарной масштабно-неоднородной фрактальной структуре, которая проявляется в зависимости оцениваемых значений индекса Пенга от диапазона масштабов, времени наблюдения и ширины интервала усреднения временных рядов.

Остальные проанализированные валюты перенесли кризисы и отличаются от групп N и D существенным отклонением фрактальных индексов от нормы (Рис.5). В зависимости от соотношения фрактальных индексов перед кризисом мы относим эти валюты к группе H ( $\alpha_1 > \alpha_2$ ) или группе L ( $\alpha_1 < \alpha_2$ ). Последнему условию отвечает также группа A, включающая валюты стран Юго-Восточной Азии, перенесших финансовые кризисы в 1997 году. Выделение этих валют в отдельную группу представляется целесообразным, так как в отличие от групп L и H, финансовые кризисы в азиатских странах имели сходные экономические причины [9].

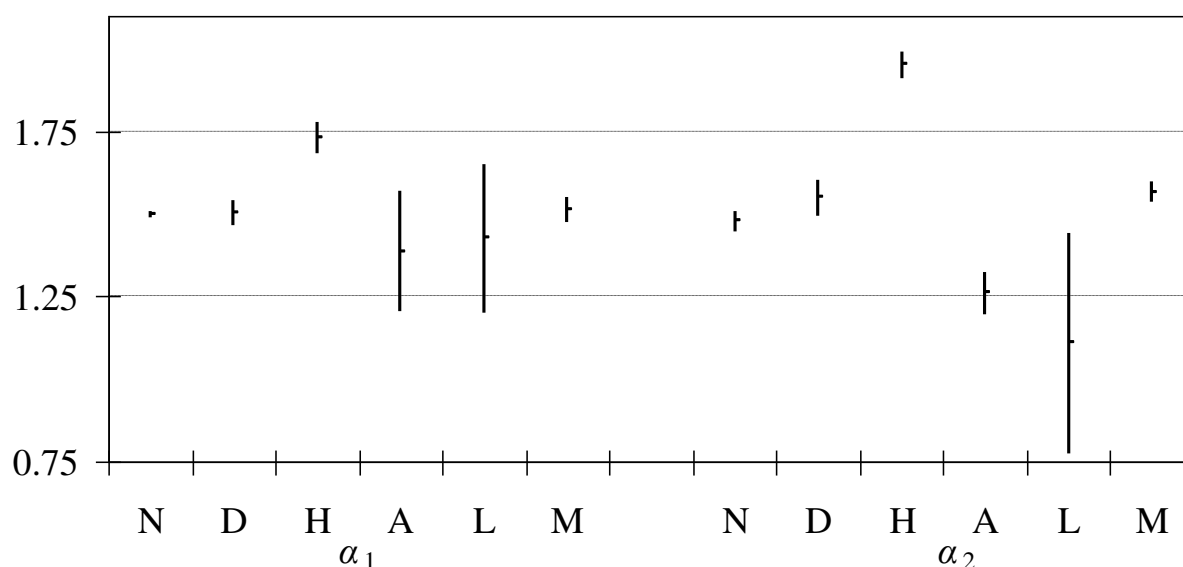


Рис. 5. Среднее значение и доверительный интервал ( $p=0.05$ ) значений индекса Пенга в норме (группы N и D), до кризиса (группы H, A, L) и после кризиса (группа M).

Описанная классификация отражает различные сценарии подготовки и протекания кризисов в странах с неустойчивыми финансовыми системами. В группе H в предкризисный период временные ряды характеризовались стабильными инфляционными трендами с незначительным добавлением более высокочастотных колебаний. В группе A наблюдалась повышенная амплитуда валютных флуктуаций на разных масштабах времени, постепенное возрастание которой привело к началу крупномасштабного кризиса, тогда как временные ряды группы L имеют ступенчатый характер, отражающий череду нескольких последовательных кризисов.

После завершения активной фазы кризиса значения индекса Пенга всех без исключения валют групп Н, L, А становились значительно ближе к своему среднему значению 1.5 независимо от того, имели они повышенные или пониженные значения перед этим. Интересно отметить, что послекризисные значения индекса Пенга этих валют незначительно, но систематически превышают уровень 1.5, тогда как значения  $\alpha$  в группе стабильных валют, находятся несколько ниже этого уровня (рис.4). В целом можно сделать вывод о том, что по критерию фрактальной структуры в послекризисные периоды валютные рынки развивающихся стран оказываются гораздо ближе к норме, чем до кризиса.

Обращает на себя внимание различие в поведении индексов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , характеризующих состояние валют после кризисов. Первый из этих показателей в среднем по группе кризисных валют неотличим от нормы, хотя разброс его значений существенно превышает разброс в группе N. Разброс показателя  $\alpha_2$  несколько уже, однако, в отличие от  $\alpha_1$ , он обнаруживает систематическое смещение в сторону значений, больших 1.5, и достоверно отличается от соответствующего значения в группе N. Такое различие согласуется с обсуждавшейся выше более значимой ролью нарушений фрактальной динамики на длительных временных масштабах в предкризисные периоды и указывает на неполное восстановление устойчивости в большинстве стран групп Н, L и А. Это заключение подтверждается динамикой их обменных курсов, которая обнаруживает признаки отклонения от нормы и остается нестабильной.

**Анализ устойчивости финансовой системы по группам.** Как видно из рисунков 4 и 5, фрактальные индексы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в среднем по группе N близки к значению 1.5, что говорит об отсутствии выраженных корреляций между приращениями валютных курсов. Этот режим флуктуаций рыночных показателей согласуется с гипотезой эффективного рынка, согласно которой рыночная цена объекта торговли (в данном случае - национальной валюты) должна полностью отражать существующую на данный момент времени конъюнктуру спроса и предложения. Такие значения фрактальных индексов соответствуют состоянию СК и обеспечивают устойчивое функционирование валютно-финансовых систем рассматриваемой группы.

Группа D характеризуется близкими к группе N средними значениями индексов, однако их доверительные интервалы существенно шире.

Достоверное отличие индексов от нормальных значений обнаруживается лишь в группах нестабильных кризисных валют. Группа Н обнаруживает повышенные значения обоих фрактальных индексов, причем как  $\alpha_1$ , так и  $\alpha_2$  достоверно отличаются от группы N. Для временных рядов этой группы характерно персистентное поведение с отчетливо выраженными долговременными трендами (как правило, в направлении девальвации). Такая закономерность хорошо согласуется с представлениями теории самоорганизованной критичности [10]: это поведение соответствует суперкритическому отклонению системы от точки СК. Одним из следствий суперкритической динамики является существенное сужение диапазона адаптации самоорганизующейся системы к изменениям внешних управляющих параметров.

В группах L и А, напротив, наблюдаются пониженные значения индексов, причем достоверное отличие от группы N демонстрирует только индекс  $\alpha_2$ , характеризующий флуктуации валютных курсов на временных масштабах от месяца до квартала. Широкий доверительный интервал группы L объясняется малым размером выборки (4 валюты). Полученные данные свидетельствуют о крупномасштабном антиперсистентном поведении валютных рядов рассматриваемой группы, свидетельствующем о субкритическом сценарии дестабилизации финансово-экономических систем. Как и суперкритичность, такой сценарий отклонения от СК сопровождается сужением диапазона реакций системы на внешние управляющие воздействия и может приводить к потере ее устойчивости, что и наблюдалось на практике для стран групп Н, L, А.

В группу М были включены послекризисные участки всех валютных временных рядов групп Н, L и А. Как видно из скаттерограммы (Рис.4), период после кризиса характеризуется



несколько повышенными значениями индексов Пенга. При анализе этой группы данных вновь проявляется более высокая чувствительность параметра  $\alpha_2$ , который, в отличие от  $\alpha_1$ , достоверно отличается от нормы. Интересно отметить, что доверительные интервалы в группе М оказались в среднем уже, чем в состояниях до кризиса. Отчасти это может объясняться увеличением объема выборки при объединении неустойчивых валют в общую группу, однако, как показывает анализ численных значений индексов в каждой из стран, фрактальная структура валютных флуктуаций после кризисов действительно становится более однородной и близкой к норме, чем перед наступлением этих событий.

**Численные границы нормы значений индекса Пенга.** Количественный анализ нестационарного поведения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  позволил обнаружить существование строго определенного диапазона флуктуаций этих параметров, отвечающего условию устойчивой валютной динамики. Оказалось, что значения фрактальных индексов валют экономически развитых стран (группа N), несмотря на значительные флуктуации, практически никогда не выходят за пределы области 1,25...1,75 в течение всего периода наблюдений. Особенно наглядно существование границ устойчивой фрактальной динамики проявилось при исследовании временного ряда DEM/USD, длина которого составляла 30 лет (Рис.6).

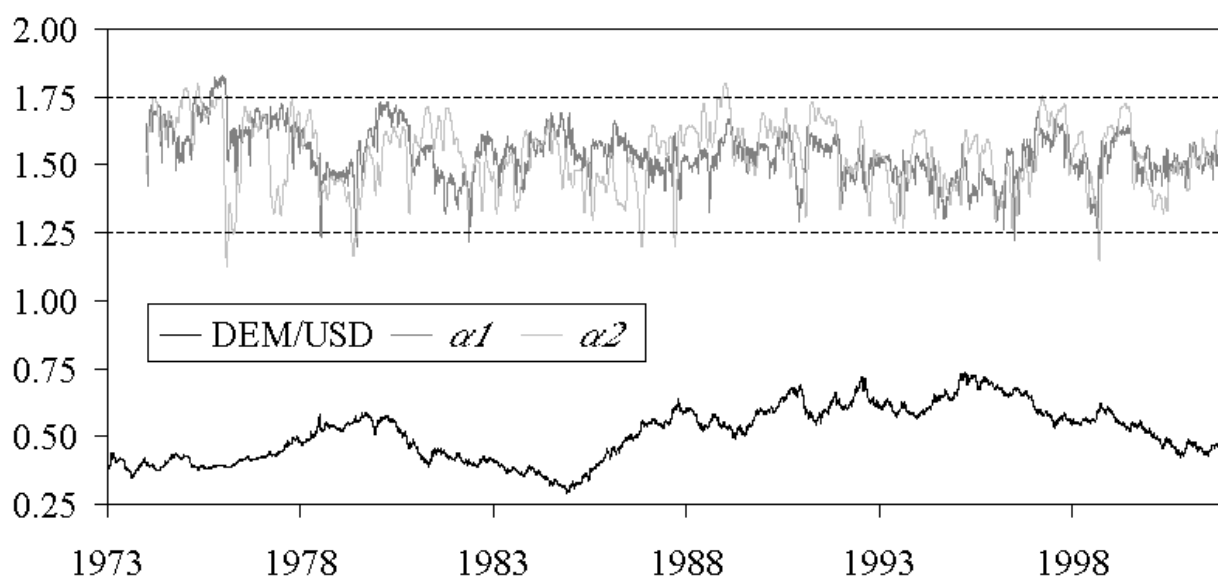


Рис. 6. Пример временного ряда группы N (курс американского доллара по отношению к немецкой марке), демонстрирующий разброс значений фрактальной размерности  $\alpha$  в диапазоне от 1,25 до 1,75. Фрактальные характеристики  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  практически не нарушают эти критические границы в течение 30 лет.

Обнаруженные границы изменений фрактальных индексов соблюдаются также при непродолжительной потере устойчивости финансовых систем стран группы N. Примерами таких событий служат кратковременное падение курса британского фунта стерлингов в сентябре 1992 года и резкая дефляция японской йены в марте 1995 года, при которых показатели не выходили за пределы нормы, что говорит о устойчивости финансовых систем Великобритании и Японии. Следует отметить, что периоды неустойчивости валютных курсов в группе N существенно отличаются от валютных кризисов в развивающихся странах, сопровождаемых гораздо более сильной и необратимой инфляцией и значительным выходом индекса Пенга за пределы области нормальных значений.

Полученные данные позволяют предположить, что значения фрактального индекса  $\alpha_2=1.5\pm 0.25$  соответствуют режиму обратимых отклонений от состояния СК, не связанных с возникновением риска катастроф. Такая динамика отвечает условиям маргинально эффективного

рынка [11] и должна рассматриваться в качестве нормы при исследовании устойчивости плавающих курсов валют.

Исследование динамики индексов Пенга для неустойчивых валют подтверждает предположение о существовании диапазона нормальных колебаний фрактальной структуры валютных рядов. Валюты группы D обнаруживают регулярные, хотя и незначительные нарушения критических границ 1.25 – 1.75, что соответствует их промежуточному положению в предложенной нами классификации. Временные ряды курсов валют кризисных групп отличаются гораздо более существенным и систематическим нарушением границ нормы. При этом индекс  $\alpha_2$  оказывается, как правило, более чувствительным индикатором приближающейся валютной катастрофы, чем индекс  $\alpha_1$  (Рис.7). Так, в группе Н наблюдаются стабильные превышения индексом  $\alpha_2$  уровня 1.75, в то время как в группах L и A – длительные нарушения нижней границы 1.25 в периоды перед кризисами. В послекризисный период фрактальные характеристики нормализуются и сопоставимы по характеру остаточных нарушений с группой D.

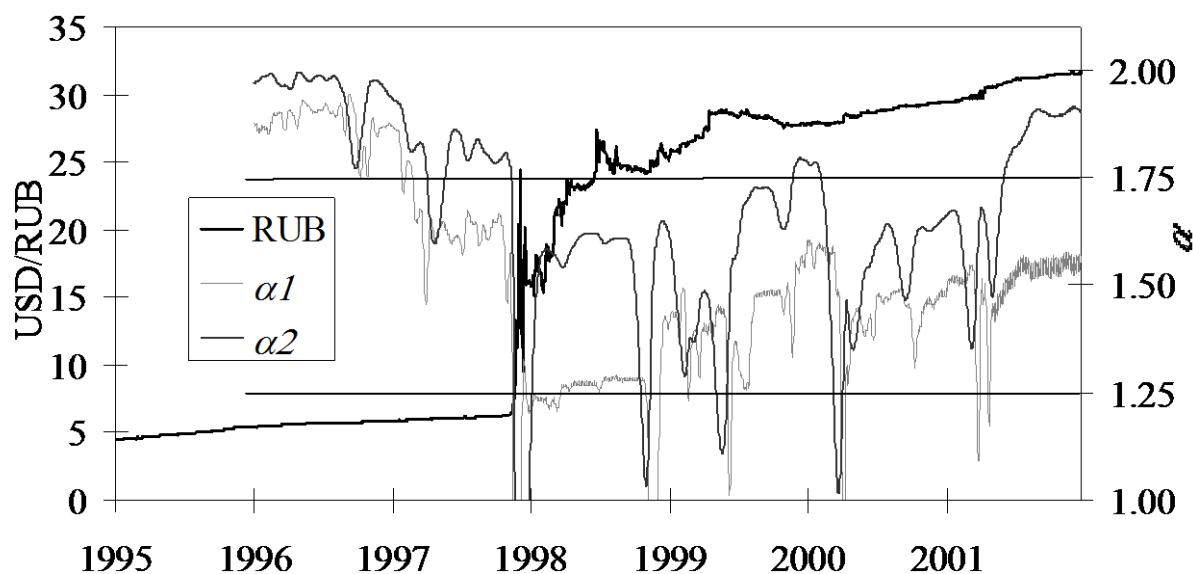


Рис. 7. Пример временного ряда российского рубля (группа Н). Значения индексов Пенга до кризиса выше верхней границы нормы 1,75. После кризиса они нормализуются.

Более подробный анализ динамики индексов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  позволил установить, что нарушение границ устойчивости в предкризисные периоды может протекать по различным сценариям. При этом играет роль как амплитуда, так и продолжительность отклонения индексов за пределы нормы. В ряде случаев происходят кратковременные всплески фрактальных индексов, существенно выходящие за пределы диапазона 1.25...1.75; для других валют более характерно нарушение границ нормы по амплитуде, которое происходит непрерывно в течение длительного времени. При систематических нарушениях границ устойчивости происходит финансовый кризис, тогда как незначительные и кратковременные нарушения лишь подводят систему к критическому состоянию, после которого она может вернуться в устойчивое состояние без существенных потерь в значениях курса. С нашей точки зрения, эти наблюдения однозначно свидетельствуют о существовании механизма постепенного накопления неустойчивостей в динамике кризисных валют.

Следует отметить, что во временных рядах устойчивых валют группы N можно также наблюдать кратковременные критические состояния, дающие начало смене долговременных тенденций в динамике валютного ряда. Этим состояниям обычно предшествуют быстрые изменения индексов Пенга. Как показывают данные, необходимость в таких реакциях может возникать даже после непродолжительного нарушения границ нормальных значений фрактальных индексов.

**Количественные оценки нарушений фрактальной структуры рядов.** В табл. 1 приведены значения коэффициентов (3), полученные при усреднении по различным группам валют. Как видно из таблицы, величина коэффициента асимметрии  $K_a$  в группе N (устойчивые валюты) в среднем меньше единицы ( $0,79 \pm 0,39$ ), в то время как в группе (бескризисные валюты развивающихся стран) этот параметр составляет величину 2.01, что приблизительно в 2.5 раза больше уровня нормы. Предкризисное состояние в группе A (валюты азиатского кризиса 1997 года) характеризуется значением  $K_a = 2.14$ , близким к значению коэффициента в группе D. В группах N и L асимметрия накопленных отклонений индекса Пенга также достоверно отличается от нормы: в группе N коэффициент  $K_a$  в 85 раз больше, в группе L – в 2,6 меньше значения  $K_a$  в контрольной группе устойчивых валют.

Таблица. 1. Значения коэффициентов нарушения фрактальной динамики в исследуемых группах валют.

Группа	$K_a$	%*	$K_d$	%*	$K_u$	%*
N	0.788	100	0.071	100	0.009	100
D	2.019	256	0.168	237	0.035	392
<b>N</b>	<b>67.27</b>	<b>8535</b>	<b>0.184</b>	<b>259</b>	<b>0.264</b>	<b>2931</b>
<b>L</b>	<b>0.302</b>	<b>38</b>	<b>0.504</b>	<b>712</b>	<b>0.008</b>	<b>84</b>
<b>A</b>	<b>2.139</b>	<b>271</b>	<b>0.227</b>	<b>320</b>	<b>0.044</b>	<b>490</b>
MN	7.664	972	0.200	282	0.042	464
ML	1.066	135	0.317	448	0.042	468
MA	2.512	319	0.073	104	0.010	113

\* процентные значения по отношению к параметрам группы N.

Полученные результаты указывают на антиперсистентное поведение временных рядов группы N на периодах более 30 суток, что может объясняться существованием механизма отрицательных крупномасштабных обратных связей, сдерживающих медленные тренды обменных курсов на периодах более 30 суток. Отклонения  $\alpha_2$  в сторону высоких значений (превышение уровня 1.75) приводят систему в уязвимое неустойчивое состояние. В 83% случаев такие отклонения приводили к значительным кризисам, сопровождавшимся резким снижением курса национальной валюты. Существенно отклонение индекса от уровня 1.5 в сторону сниженных значений (группа L), как правило, приводит к череде кризисов.

В послекризисные периоды значения коэффициента асимметрии  $K_a$  становились ближе к норме, однако ни в одном случае не достигали ее.

Исследование коэффициентов  $K_u$  и  $K_d$  показало, что их значения в группе N пренебрежимо малы по сравнению с другими группами. Это наблюдение подтверждает, что фрактальный индекс устойчивых валют, как правило, остается в пределах интервала 1.25 ... 1.75. Случаи выхода из этого интервала происходят крайне редко, причем связанные с ними накопленные отклонения  $\alpha_2$  оказываются в десятки раз меньше отклонений от уровня 1.5. Неустойчивость динамики валютных временных рядов стран группы D проявляется в двукратном превышении уровня группы N по накопленному отклонению со стороны нижней границы нормы ( $K_d$ ) и четырехкратной – по отклонению со стороны верхней границы нормы ( $K_u$ ). Эти значения сопоставимы с результатами группы A, что предположительно указывает на граничащее с кризисом состояние валют группы D. Ее основное отличие от кризисных групп состоит в более высокой интенсивности флуктуаций: статистическая температура валют группы D выше в 3-4 раза, стандартное отклонение логарифмических приращений выше в 6-7 раз, чем в предкризисных группах валют. Это позволяет финансовым системам стран группы D вовремя подстраиваться к внешним и внутренним воздействиям. С другой стороны, есть основания предполагать, что низкая величина размаха флуктуаций в группе A является существенной, и даже единственной, причиной крупномасштабных кризисов, тем более, что послекризисные показатели этих валют (группа MA) неотличимы от нормы.

Группа Н отличается значительным уровнем нарушения верхней критической границы индекса Пенга (коэффициент  $K_u$  в 29 раз больше нормы), группа L – нижней границы ( $K_d$  превышает норму более чем в 7 раз). После кризиса все показатели нормализуются до уровня бескризисных валют развивающихся стран группы D.

Отдельный интерес представляет то наблюдение, что во временных рядах группы D коэффициент асимметрии принимает значения больше единицы (суммарная длительность периодов  $\alpha_2 > 1.5$  больше длительности периодов  $\alpha_2 < 1.5$ ), однако в нарушении критических уровней 1.25 и 1.75 видна та же закономерность, что и в группе N, выраженная в преобладании низких значений фрактальной размерности. Кроме того, в группах А, L, Н в послекризисные периоды также наблюдается перевес в пользу низких значений индекса Пенга. С другой стороны, слишком низкие значения индекса (грубые нарушения критической границы  $\alpha_2 = 1,25$ ) однозначно приводит к кризису (группа L).

Полученные данные позволяют прийти к выводу, что наиболее уязвимым для финансовой системы является режим низкочастотных трендов, которые вызываются неестественно зауженными рамками колебаний обменного курса, что и проявляется в виде значительного нарушения фрактальной размерности ряда.

**Численная оценка накопленных отклонений  $\alpha$  от нормы.** Исследование зависимостей  $W(S_{1.75}^+)$  и  $W(S_{1.25}^-)$  показало, что величина валютного кризиса четко и однозначно связана с накоплением нарушений фрактальной структуры валютного временного ряда. Как показывают регрессионные зависимости на рис.8, эта связь может быть выражена линейным соотношением. Близкие к единице значения коэффициентов корреляции указывают на высокую статистическую надежность линейной модели регрессии. Угловые коэффициенты полученных зависимостей близки:  $W \sim 7.9 \times S_{1.75}^+$ ,  $W \sim 9.6 \times S_{1.25}^-$ .

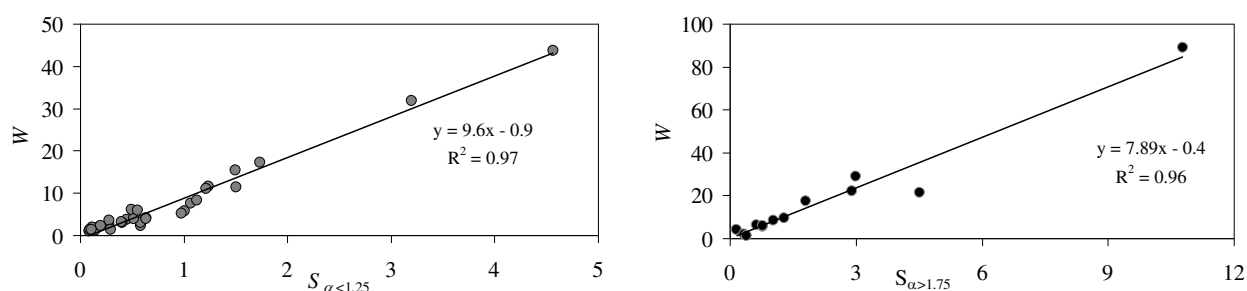


Рис.8. Зависимость масштаба кризиса  $W = \sigma_1/\sigma_0$  от величины накопленного отклонения  $\alpha_2$  от критических значений  $\alpha_2=1.25$  и  $\alpha_2=1.75$ .

Величина  $\Delta t_D$ , определяющая время неустойчивого состояния системы после отклонения  $\alpha_2$  от нормы, также линейно зависит от значений накопленного отклонения фрактального индекса (Рис.9) с практически равными значениями коэффициентов регрессии:  $\Delta t_D \sim 78 \times S_{1.75}^+$ ,  $\Delta t_D \sim 77 \times S_{1.25}^-$ . Сдвиг линий регрессии по оси ординат может означать, что исследуемые неустойчивости валютных рядов были вызваны не только нарушениями критических границ, но и менее значительными отклонениями  $\alpha_2$  от уровня теоретической нормы.

Сходство представленных на рис.8 зависимостей позволяет говорить о существовании единого управляющего параметра, определяющего реакцию параметров кризиса на изменение накопленного отклонения  $\alpha_2$  со стороны верхней и нижней границы области нормы.

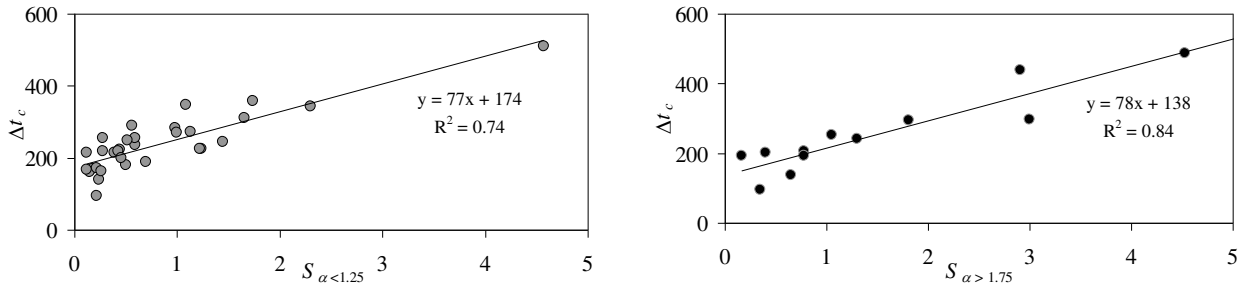


Рис. 9. Зависимость продолжительности кризиса от величины накопленного отклонения  $\alpha_2$  от критических значений  $\alpha_2=1.25$  и  $\alpha_2=1.75$ .

Таким параметром может быть величина автокорреляций приращений валютного ряда, рост которых противоречит условиям эффективного рынка и сопровождается нарушением устойчивой динамики СК. Их величина (без учета знака) для фрактального временного ряда может быть оценена по формуле [12]

$$C = |2^{2\alpha-3} - 1| \quad (5)$$

Приведенное соотношение показывает, что уровни корреляций, возникающих во временном ряде при симметричных отклонениях  $\alpha_2$  от нормы, различаются, причем отклонение в большую сторону от  $\alpha_2=1.5$  сопровождается сравнительно более быстрым ростом  $C$  и ввиду этого должно приводить к более быстрому отклонению системы от точки СК (рис.10). Такая закономерность может объяснять отмеченную выше повышенную чувствительность валютных флуктуаций к отклонению индекса Пенга за пределы верхней границы нормы, а также то, что размеры кризисов, оцениваемые по величине  $W$ , в случаях  $\alpha_2 > 1.75$  оказываются в среднем больше, чем при  $\alpha_2 < 1.25$  (Рис.8). Получает также объяснение тот факт, что в отличие от менее устойчивых валют, валюты группы N подвержены нарушению нормального диапазона колебаний  $\alpha_2$  только в направлении нижней границы нормы. Эта особенность динамики устойчивых валют может быть связана с тем, что пересечение нижней границы сопряжено с существенно меньшим уровнем автокорреляций, чем в случае пересечения верхней границы ( $C|_{\alpha=1.25} \approx 0.29$ ,  $C|_{\alpha=1.75} \approx 0.41$ ).

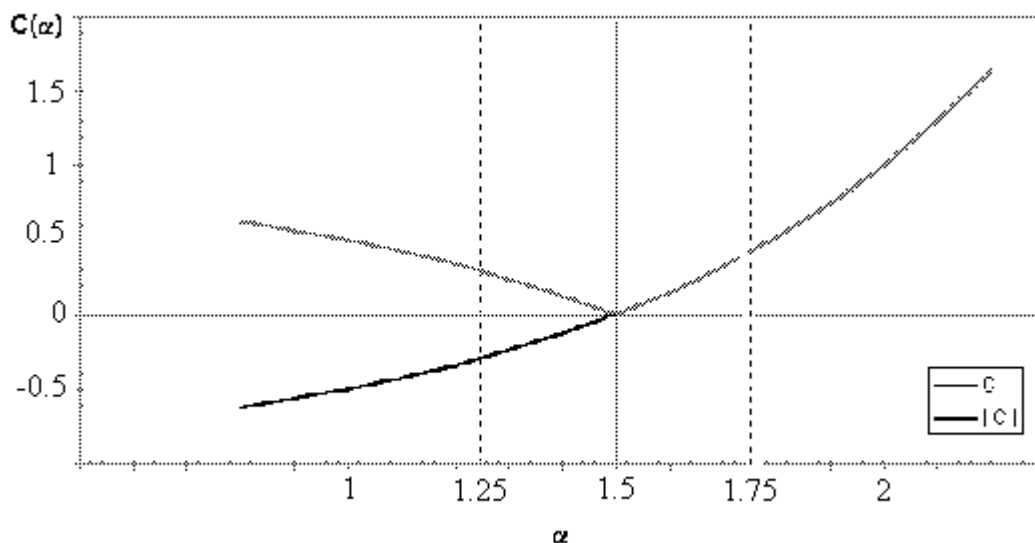


Рис.10. Зависимость величины автокорреляции фрактального временного ряда от параметра  $\alpha$ .

Полученные результаты указывают на прямую зависимость продолжительности и масштаба кризиса от величины и длительности отклонений системы от состояния нормы. Даже небольшие и непродолжительные нарушения предельных границ  $\alpha_2$  1.25 – 1.75 приводят к повышению флуктуаций значений временного ряда, а значит, и к нежелательной дестабилизации курса. Однако если в системе ограничивается размах колебаний валютного курса (например, валютным коридором), то кризис лишь усугубится, как видно на примере кризиса в Индонезии (Рис.11), который произошел позднее, чем в других странах азиатского региона. В этой стране была предпринята безуспешная попытка удержать курс национальной валюты, после чего масштаб кризиса почти в три раза (670%) превысил второй по масштабу валютный кризис этого региона в Таиланде (230%).

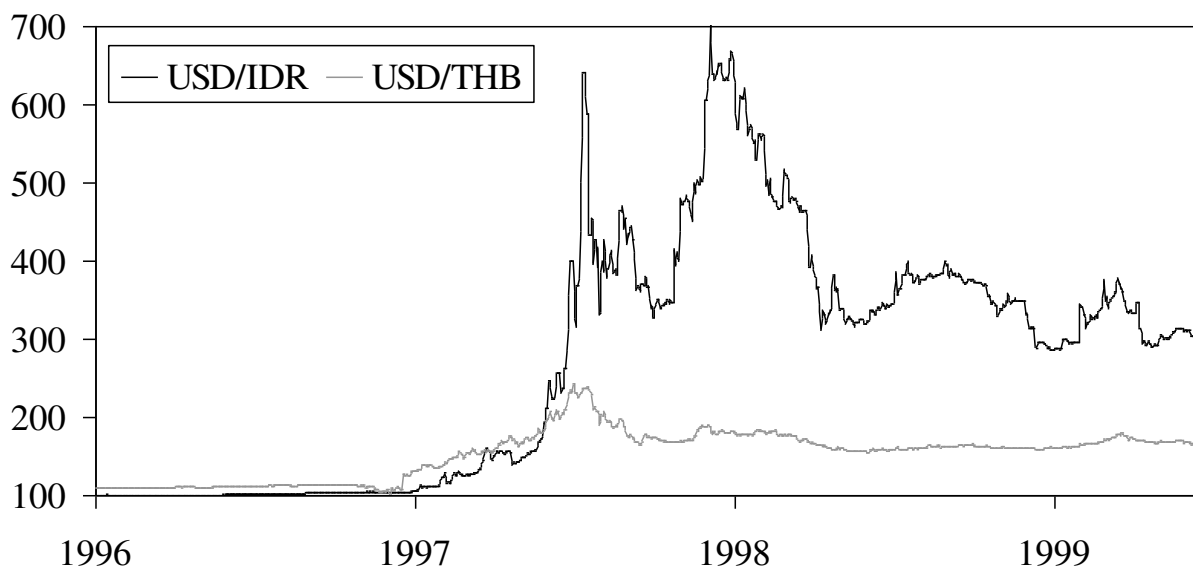


Рис. 11. Сравнение масштаба кризисов в Индонезии (USD/IDR) и Таиланде (USD/THB) (в % к минимальным значениям курсов за исследованный период).

Специального обсуждения заслуживает тот факт, что кратковременные неустойчивые состояния валют группы N, попавшие в анализируемую выборку данных наравне с кризисами в группах A, L и H, подчиняются, по всей видимости, тем же соотношениям, что и крупномасштабные валютные крахи. На рис. 8 событиям в группе N соответствуют точки со значением  $W < 6.7$ , которые, как нетрудно убедиться, лежат на одной линии с точками кризисных групп. Наблюдаемая однородность исследуемых событий может рассматриваться как экспериментальное подтверждение существования универсального сценария кризисной динамики, действующего на различных масштабах девальвации.

## Заключение и выводы

Проведенный анализ показывает, что мультифрактальное поведение валютных флуктуаций, выраженное в зависимости индекса Пенга от временного масштаба при существенном отличии  $\alpha_2$  от нормального значения 1.5, может рассматриваться в качестве одного из характерных признаков неустойчивой предкризисной динамики обменного курса. Количественные характеристики этих нарушений дают возможность объективной классификации валют по уровню динамической устойчивости.

Особый интерес представляет экспериментальное подтверждение связи фрактального поведения валютных временных рядов с их крупномасштабной устойчивостью. Устойчивые валюты характеризуются наиболее стабильной и однородной фрактальной структурой, что

целиком согласуется с общими представлениями теории больших интерактивных систем, к которым относятся валютно-финансовые системы [13]. Фрактальная размерность таких валютных рядов остается практически постоянной в широком диапазоне временных масштабов, на что указывает равенство индексов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Их средние величины, оцененные на различных по длительности интервалах времени, равны между собой и при увеличении длительности наблюдений сходятся к значению, характерному для эффективных рыночных систем. Нестационарные колебания фрактальных индексов обладают многомасштабной структурой, не зависящей от периода наблюдений, и симметричны относительно уровня 1.5. Мы рассматриваем эти наблюдения как доказательство самоорганизованной критической динамики курсов валют экономически развитых стран.

Полученные данные также подтверждают ведущую роль нарушений СК-динамики при формировании предкризисных состояний неустойчивых валют. Такая связь дает возможность заблаговременного определения неустойчивых периодов динамики обменных курсов и оценки длительности и масштаба приближающегося валютного кризиса.

Сопоставление диапазонов нестационарных колебаний индекса Пенга  $\alpha_2$  для различных групп валют позволило определить критические границы значений индекса (от 1,25 до 1,75), за пределами которых финансово-экономическая система неизбежно входит в критическое функционально неустойчивое состояние. Исследованы закономерности отклонения  $\alpha_2$  от среднего значения в норме и на разных фазах валютного кризиса, а также суммарные нормированные величины отклонения  $\alpha_2$  за пределами интервала 1.25...1.75, ограничивающего допустимый диапазон колебаний фрактального индекса, отвечающий устойчивой динамике обменных курсов.

Проанализированы зависимости масштаба и длительности экономических кризисов от величины отклонений фрактальной размерности валютных временных рядов от нормы, как в меньшую ( $\alpha_2 < 1,25$ ), так и в большую ( $\alpha_2 > 1,75$ ) сторону. Найдены количественные оценки масштабов и продолжительности кризиса от величины отклонений фрактальных характеристик валютных временных рядов от нормы. Построены линейные зависимости масштаба и времени протекания кризиса от величины накопленных отклонений индекса Пенга для всех изученных валютных рядов. Показано, что кратковременные неустойчивые состояния бескризисных валют подчиняются тем же соотношениям, что и крупномасштабные валютные крахи.

Выявленные фрактальные признаки неустойчивого поведения валютных временных рядов могут быть использованы при анализе различных по масштабу финансовых кризисов, включая кризисы в экономически развитых странах. Полученные количественные критерии предкризисного состояния могут быть взяты за основу при разработке принципиально новых методик оценки риска валютных и финансовых кризисов и прогнозирования глубины девальвации по величине нарушений фрактальной структуры валютных временных рядов.

Кроме того, универсальное поведение валютных неустойчивостей разного масштаба указывает на важную с практической точки зрения возможность изучения сравнительно редких полномасштабных крахов на основе информации, полученной при анализе событий малого масштаба, число которых может быть достаточным для получения количественных оценок валютного риска и составления статистических прогнозов.

## Литература

1. Fischer S. The Financial Crisis in Emerging Markets: Some Lessons. International Monetary Fund, Annual Reports, 1999, p.4-8.
2. Семенов А.М. Из золотого сна в разумный хаос. – В сб.статей: Этот изменчивый обменный курс, пер. с англ., М.:Дело, 2001, с.8-21.
3. Урицкая О.Ю., Урицкий В.М. Фрактальный анализ динамики валютных курсов в странах с различными системами финансового регулирования: В сб. докладов IV Международной

конференции по мягким вычислениям и измерениям SCM 2001 (25-27 июня 2001 г., С.-Петербург), т.2, с.188-191.

4. Peng C.-K., Halvin S., Hausdorff J.M. et al. Fractal mechanisms and heart rate dynamics // J. of Electrocardiology. 1995. v. 28 Supplement. p.59-64
5. Buldyrev S.V., Dokholyan N.V., Goldberger A.L. et al. Analysis of DNA Sequences Using Methods of Statistical Physics. Physica A, 1998, vol.249, p. 430 – 438.
6. Ivanova K. Toward a phase diagram for stocks. Physica A, 1999, vol.270, p.567-577.
7. Janosi I.M., Jaecsco B., Kondor I. Statistical Analysis of 5 s Index Data of the Budapest Stock Exchange. Physica A, 1999, vol.269, p.111-124.
8. Schmitt F., Schertzer D., Lovejoy S. Multifractal Analysis of Foreign Exchange Data, Applied Stochastic Models and Data Analysis, vol.15, 1999, pp.29-53.
9. Масленников В.В. Зарубежные банковские системы. - М.: Элит-2000, 2001, 392 с.
10. Bak P. How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality. Oxford: Oxford University Press, 1997.
11. Zhang Y.-C. Toward a theory of marginally efficient markets. Physica A, 1999, vol.269, p.30-44.
12. Peters E.E. Chaos and Order in capital Markets. A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility. New York, John Wiley and Sons, 1992. 238 pages.
13. Урицкая О.Ю., Федотов А.В. О применении теории самоорганизованной критичности в моделировании сложных экономических систем. СПб.:Изд-во СПбГТУ, 1998.