

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА К ИССЛЕДОВАНИЮ АПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКЕ

Урицкая О.Ю.

The new diagnostics and modeling approaches to dynamic processes of economics was considered. It was shown that most of real economic indexes have no trend or cyclic character of the time series, but fractal one. The fractal indexes allow getting valuable information about degree of process stability in the system, that shows new possibilities for forecasting in economic and planning fields. Appropriate subject for demonstration of the possibilities is exchange rate fluctuations. We considered and analyzed fractal structure of British Pound, German Mark, Swiss Franc and Japanese Yen exchange rate time series in 1992-1995. It was represented express-analyze method of fractal index and system stability estimating and it's potentials for forecasting of tendency directions up to catastrophe events. The results suggest advantages proposed method over the conventional cyclic ways.

Трудности, возникающие при анализе и построении прогностических моделей динамических процессов в экономике, во многом связаны с отсутствием адекватного подхода, позволяющего учесть всю сложность социально-экономических явлений. Так, например, колебания денежных потоков регионального и муниципального бюджета, индексов биржевых цен, прожиточного минимума, интенсивности городского транспорта и т.п. прогнозируются с большим трудом и с низкой степенью точности, особенно, если целью ставится описание долговременных тенденций. Кроме того, специфика этих явлений заключается в том, что любая достаточно сложная социально-экономическая система подвержена действию различных внешних управляющих факторов, которое не всегда удается предсказать с требуемой степенью надежности.

Большая часть методов математического моделирования, применяемых в экономике, ориентировано на выявление трендов и квазициклических зависимостей в исследуемых процессах, то есть - в той или иной форме - детерминистических составляющих выделенного временного масштаба [1,2]. Однако, в ряде публикаций было показано [3], что реальная структура экономических показателей гораздо более сложна и во многих случаях не дает оснований говорить о каком-либо характерном масштабе изменений в социально-экономической системе.

Такая проблема существует не только в экономике. К настоящему времени выявлен широкий круг явлений в физике, биологии, социологии и других областях науки, демонстрирующих этот эффект [3-5]. При анализе сложных самоорганизующихся систем на основе временных рядов было показано, что их параметры обладают фрактальной структурой, то есть масштабно инвариантны (Рис.1). Отсутствие выделенных временных масштабов, характерное для фрактального процесса, при анализе спектральными методами проявляется в том, что зависимость спектральной плотности мощности $S(f)$ исследуемых колебаний от частоты f имеет форму монотонного спада по закону $1/f^b$, где b - численный показатель, обычно лежащий в пределах от 1 до 2 (Рис.2). Было обнаружено и описано большое количество прикладных задач, где фрактальная структура и размерность служат основными характеристиками системы. Установлено, что во многих случаях фрактальные флуктуации свидетельствуют о наличии вертикальных иерархических связей между элементами исследуемой системы [6,7]. Разработаны универсальные количественные критерии, связывающие фрактальные свойства регистрируемых процессов с

устойчивостью порождающих их систем. Для исследования этих свойств необходимы особые методы математической обработки данных (временных рядов), существенно отличающиеся от методов, традиционно применявшихся в экономическом моделировании. Такие методы получили название фрактальных (по структуре исследуемых процессов).

Один из методов, нацеленный на анализ масштабно-инвариантных временных рядов, был предложен английским математиком Херстом [9]. Суть метода состоит в построении зависимости нормированного размаха R вариаций исследуемого показателя от временного масштаба T . Было показано, что для фрактальных процессов эта зависимость имеет степенной вид. Метод нормированного размаха является удобным инструментом для выявления слабых автокорреляционных связей в анализируемом явлении, которые играют важную роль при построении прогностических моделей в экономике и управлении. В отсутствие статистической зависимости между предшествующими и последующими значениями процесса, а также при появлении положительных или отрицательных корреляций индекс Херста зависимости $R(T)$ принимает известные значения [8].

На практике нередко встречаются случаи, когда необходимо получить информацию не о корреляции абсолютных значений экономического показателя, наличие которой бывает очевидно, а о характере статистической связи между его приращениями. В частности, именно такая ситуация возникает при изучении динамики биржевых цен [10] и при исследовании колебаний валютных курсов в примерах, рассмотренных ниже. В этих случаях более удобнее вычислять индекс Херста и связанную с ним размерность не для исходных реализаций, а для вторичных временных рядов, построенных из приращений анализируемого параметра.

Другая группа методов определения фрактальной размерности основана на анализе частотного состава флуктуаций, производимом, как правило, с использованием быстрого преобразования Фурье [11].

В последнее время для исследования нестационарных фрактальных временных рядов начинает широко применяться так называемый вейвлетный (wavelets) анализ. При изучении динамики экономических систем этот метод позволяет обнаруживать локализованные во времени структурные особенности в анализируемых данных, неразличимые при обычном спектральном анализе [12].

Практическая ценность перечисленных методов состоит в том, что определяемые с их помощью фрактальные индексы дают информацию о характере и степени устойчивости внутренних регуляторных связей в исследуемой системе, что представляет принципиально новую возможность для прогнозирования явлений в сферах экономики и планирования. Применяя методы фрактального анализа, можно установить наличие в исследуемом явлении иерархически организованной системы обратных связей или с уверенностью констатировать отсутствие какой-либо сложной организации, определить, на каких временных масштабах можно говорить о системных свойствах процесса. Пограничные значения фрактальных индексов указывают на нестабильность режима, в котором функционирует система, и на риск ее перехода по сценарию катастрофы в то или другое устойчивое состояние.

Удобным материалом для иллюстрации возможностей фрактального подхода являются флуктуации курсов национальных валют. Нами исследованы вариации курсов фунта стерлинга, немецкой марки, швейцарского франка и японской йены в их долларовой эквиваленте за период 1992-1995 гг. (данные предоставлены лондонской информационной банковской службой).

Ранее было показано [3], что колебания большинства биржевых показателей являются фрактально-организованными процессами, спектральный показатель b которых, как правило, близок величине 2,0. Это означает, что автокорреляции в последовательности приращений этого процесса выражены слабо, а предсказание появления тех или иных тенденций крайне затруднительно, что хорошо известно из практики [10]. Тем не менее, детальный фрактальный анализ флуктуаций валютных курсов позволяет выделить на фоне этой общей закономерности интервалы временных масштабов, на которых статистическая зависимость приращений отлична от нулевой.

На Рис. 3 представлены графики колебаний стоимости американского доллара в единицах валют нескольких промышленно развитых стран, и фурье-спектры мощности этих процессов. Анализ локального наклона спектральных кривых показывает, что параметр b , в среднем равный двум, имеет тенденцию к снижению с увеличением частоты, то есть с уменьшением анализируемых периодов времени. Наиболее отчетливо этот эффект проявляется на интервале масштабов от 10 до 20 суток, где спектральный показатель становится достоверно меньшим своего среднего значения для каждого из четырех исследованных аperiodических колебательных процессов. Можно констатировать, что на указанном масштабном интервале флуктуации приращений валютных курсов демонстрируют хотя и незначительную, но отчетливую отрицательную автокорреляцию. К этому же выводу приводит анализ фрактальной структуры исследуемых рядов методом Херста. Таким образом, примененные нами фрактальные методы однозначно указывают на целесообразность поиска автокорреляционных зависимостей в исследуемых данных и позволяют определить диапазон масштабов, где эти зависимости наиболее выражены.

Известно, что структура колебаний валютных курсов в строгом смысле не является стационарной: периоды быстрого и непредсказуемого изменения валютных курсов чередуются с относительно устойчивыми периодами. Результаты моделирования подобных нестационарных переходов методами нелинейной динамики [10] позволяют говорить о существовании двух принципиально разных режимов работы систем валютной регуляции, один из которых отличается более глубокими отрицательными обратными связями, способствующими закреплению валютного курса на достигнутом значении. Есть основания предполагать, что именно с этим режимом, по ряду признаков близким к состоянию самоорганизованной критичности [7], связан эффект возникновения фрактальных антикорреляций. Сопоставление локальных по времени значений фрактальной размерности, рассчитанных по алгоритму Херста на 16-суточных интервалах (использовался метод "скользящего окна"), с колебаниями курсов валют показало, что наиболее высокие значения размерности ряда (и, соответственно, наиболее низкие значения индекса Херста для последовательности приращений) действительно фиксируются лишь на относительно стабильных участках исследуемых процессов (Рис. 4). Отрицательная автокорреляция проявляется в том, что, как видно из рисунка, валютная динамика приобретает в эти периоды обратимую форму: за спадом курса, как правило, следует его подъем, за подъемом – спад. Средняя длительность

рассматриваемых периодов стабильности, оцененная по методу Херста, максимальна для швейцарского франка (10 суток) и минимальна для японской йены (6 суток).

Особый интерес представляет возможность получения опережающей информации о структурных переходах в динамике валютных курсов. Как было обнаружено, в ряде случаев снижение фрактальной размерности до значений, соответствующих режиму с независимыми приращениями, происходит за несколько суток до фактической потери устойчивости курса (Рис.5). Данное наблюдение выглядит не только правдоподобным, но и закономерным: в общем случае нарушение фрактальной динамики состояния сложной системы есть результат постепенного накопления ее внутренней свободной энергии, которое с необходимостью должно отражаться на масштабно-инвариантной структуре вариаций параметров системы [6,7]. Однако, такая интерпретация неприемлема в случаях, когда устойчивость теряется вследствие внешнего воздействия на валютную систему (политический кризис и т.п.), требующих иных методов анализа и моделирования.

Таким образом, фрактальная структура экономических показателей, рассматриваемая в литературе как проявление обобщенного принципа причинности макроскопических динамических систем, дает ключ к решению проблем адекватного математического моделирования сложных социально-экономических процессов.

Во-первых, представляет интерес экспресс-анализ фрактальной структуры данных (колебаний рыночных цен, флуктуаций объемов бюджетных поступлений, динамики экономических показателей развития региона и т.п.), дающий ответ на вопрос о том, являются ли вариации выбранного показателя результатом действия какой-либо иерархически организованной системы экономических связей.

Во-вторых, с описанными методами связана возможность изучения влияния на экономическую систему различного рода управляющих факторов, как внешних, так и внутренних. В этом случае фрактальный анализ дает важную информацию о взаимосвязях различных подсистем в их реакции на возмущение и позволяет судить о их устойчивости и функциональной гибкости. Кроме того, используя априорную информацию, можно разрабатывать методики прогноза эволюции систем в тех или иных условиях. В частности, к важным выводам может привести фрактальное моделирование резких "катастрофических" событий, с неизбежностью происходящих в любой сложной системе.

В-третьих, фрактальный анализ позволяет разрабатывать новые алгоритмы оптимизации и согласования социально-экономических показателей, таких, как, например, доходная и расходная составляющие денежного потока федерального и муниципального бюджетов. В отсутствие выраженных периодических зависимостей в этих процессах, как это часто бывает на практике, фрактальные методы получили бы явное преимущество перед методами, ориентированными на выделение циклических компонентов.

Немаловажными достоинствами фрактальных методов являются простота их перевода на язык компьютерного алгоритма и высокое быстродействие, поэтому можно рассчитывать не только на успех, но и широкое применение таких подходов при решении целого ряда актуальных задач управления региональной экономикой.

Литература

1. Bush S. Market cycles review: forecast summary. *Cycles*, 1993, Vol.44, N.3, p. 166-170.
2. Engsted T. Does the long-term interest rate predict future inflation? *The Rev. of Economics and Statistics*, 1995, 77, N.1, p. 42-54.
3. Mandelbrot B.B. *The fractal geometry of Nature*. - San Francisco: W.H.Freeman and Co., 1982.
4. *Fractals in natural sciences* (ed. by Vicsek T. et al.).- World Scientific, 1994.
5. Тимашев С.Ф. О законе эволюции природных систем.- *Журн.физ.химии*,1994, т.68, N.12, с.2216-2223.
6. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise. - *Phys. Rev. Lett.*, 1987, v.59, N 4, p.381-384.
7. Бак П., Чен К. Самоорганизованная критичность. В мире науки, 1991,N.3, с.16-24.
8. Федер Е. Фракталы. - М.: Мир, 1991, 263 с.
9. Hurst H.E., Black R.P.,Simaika Y.M. Long-term storage: an experimental study.- Constable, London, 1965.
10. Hirabayashi T., Takayasu H., Miura H. et al. The behavior of a threshold model of market price in stock exchange.- *Fractals*,1993, V. 1,N 1, p. 29-40.
11. Voss R.F. Random fractals: self-affinity in noise, music, mountains and clouds. - *Physica*, 1989, v.38D, p.362-371.
12. Ramsey J.B., Usikov D., Zaslavsky G.M. An analysis of U.S. stock price behavior using wavelets.-*Fractals*, 1995, Vol.3, N.2, p.377-389.

Подписи к рисункам:

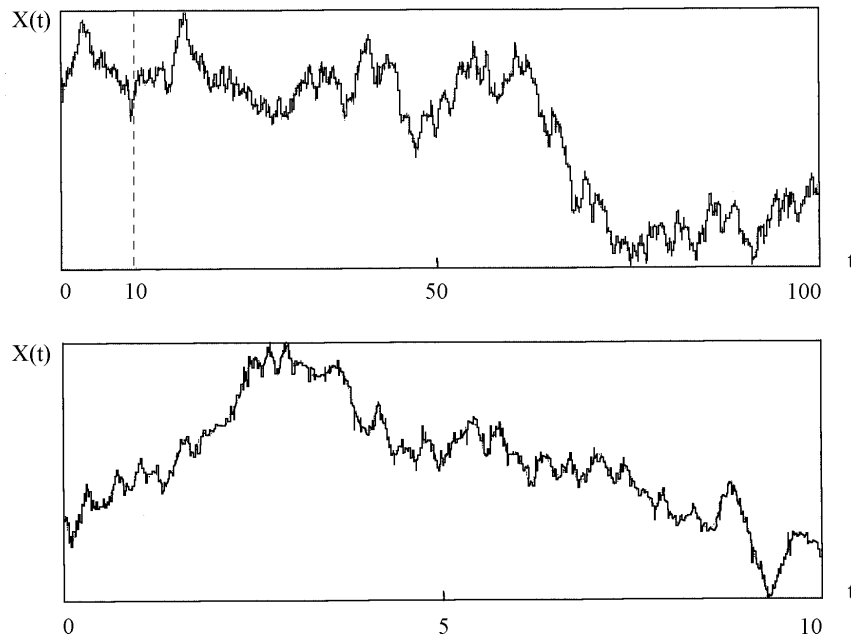


Рис. 1. Иллюстрация масштабно-инвариантной структуры реализаций фрактального процесса : (а) - исходная реализация (компьютерная модель), (б) - ее увеличенный начальный фрагмент, полученный при растяжении оси абсцисс в 10 раз.

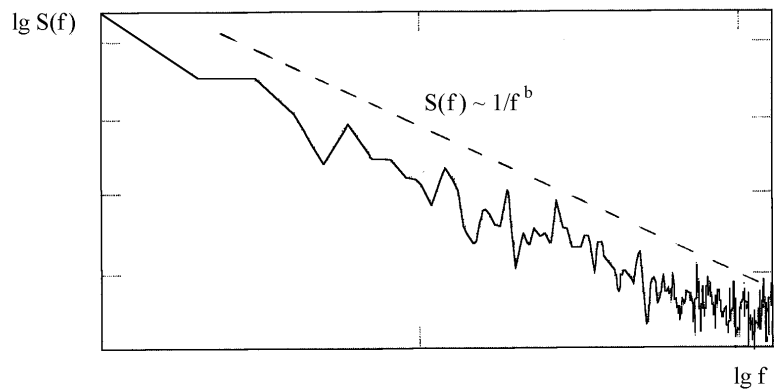


Рис. 2. Фурье-спектр мощности процесса, изображенного на рис. 1а.

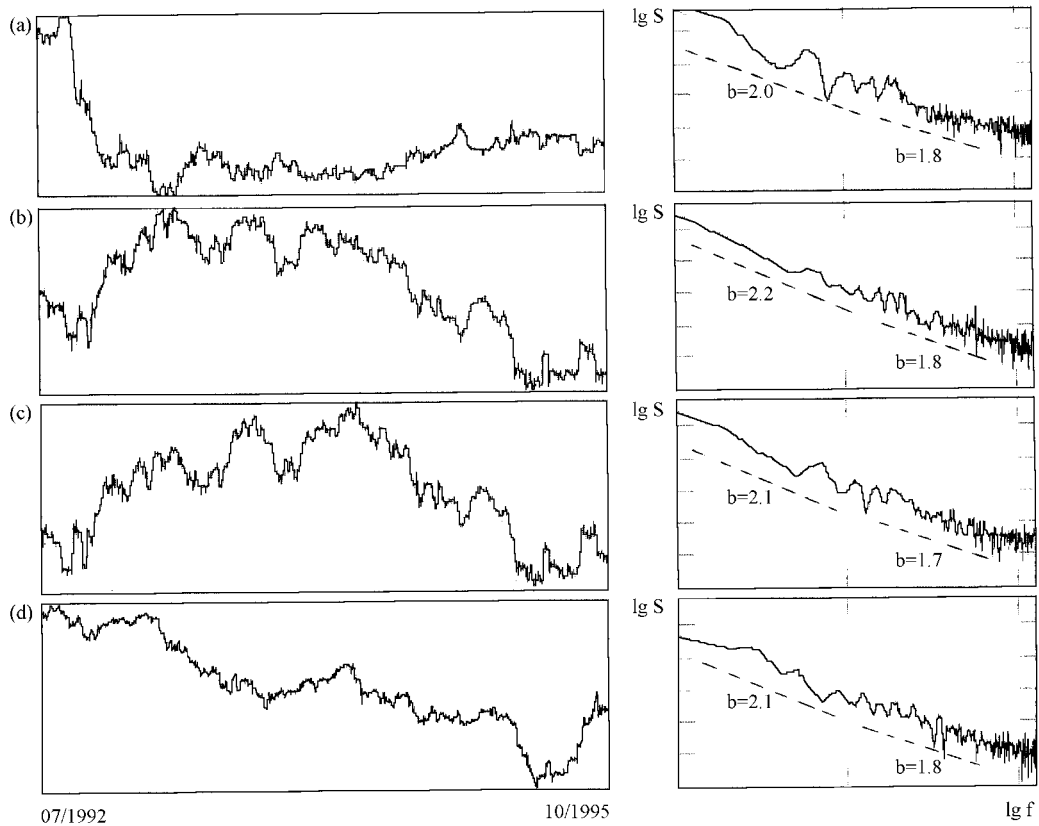
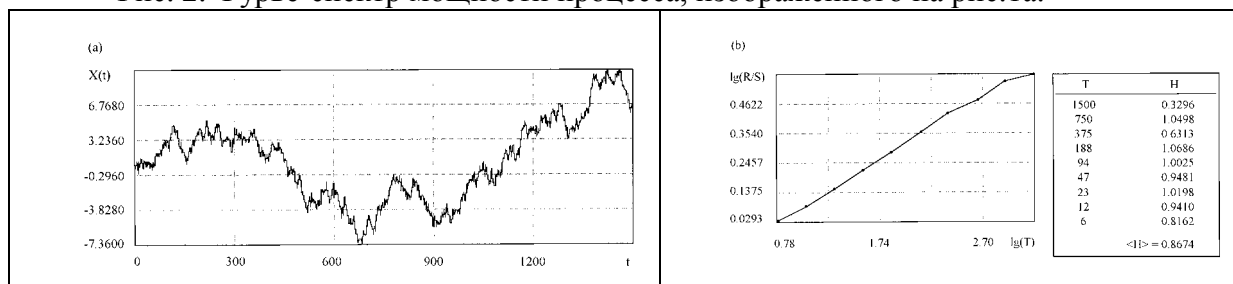


Рис. 3. Среднесуточные колебания курсов национальных валют (слева) и фурье - спектры мощности этих процессов (справа).

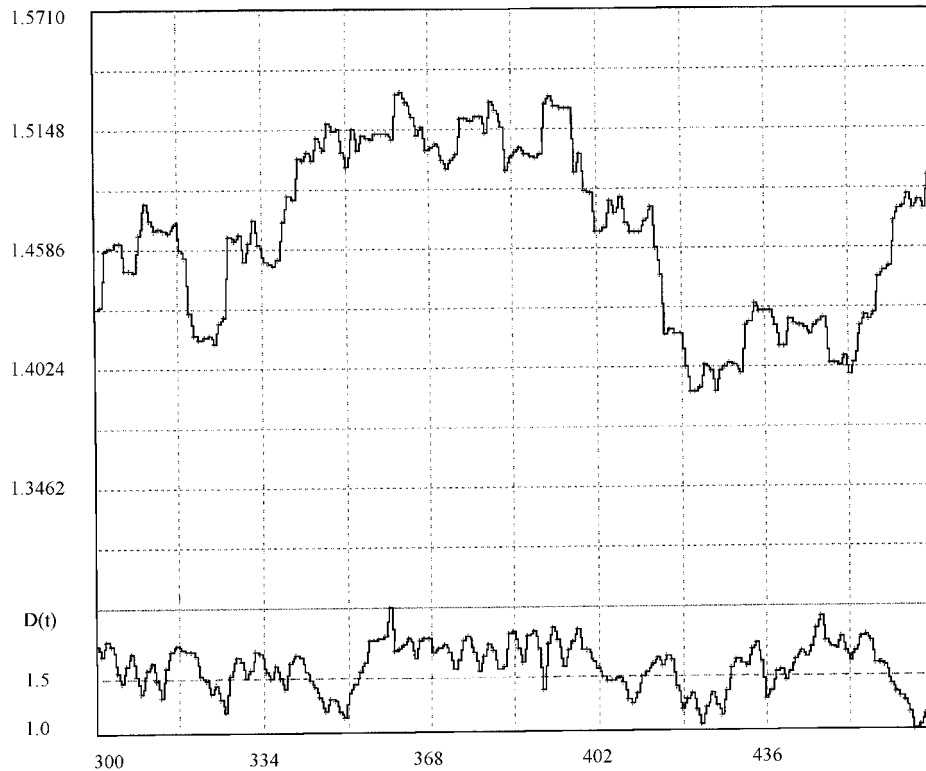


Рис. 4. Фрагмент эволюции курса швейцарского франка в единицах американского доллара, демонстрирующий совпадение периодов устойчивого обменного курса (вверху) с периодами относительного повышения фрактальной размерности (внизу).

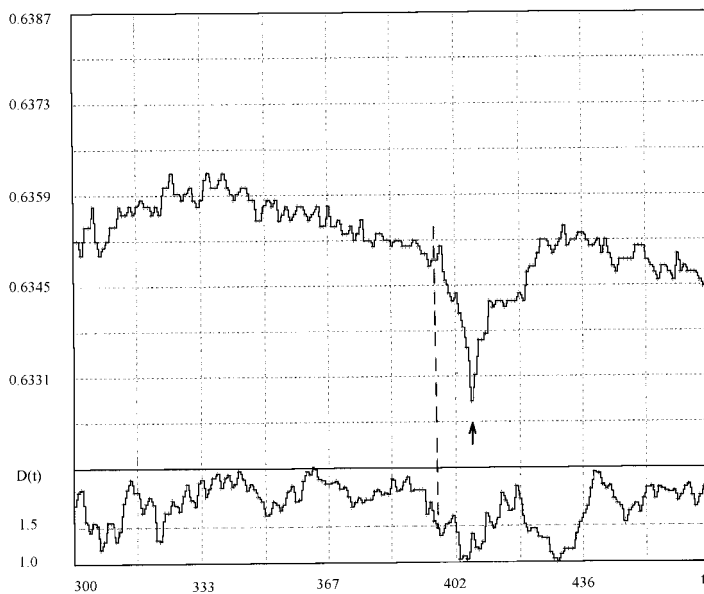


Рис. 5. Участок флуктуаций курса английского фунта, содержащий "микроркатастрофу" - резкий скачок стоимости этой валюты по отношению к доллару США. Обращает на себя внимание снижение фрактальной размерности до критического значения 1.5, предшествовавшее этому событию.